הקנייה

הגדרת מספר מרוכב

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 11–12

המצגת נערכה ע"י **שירי דוברין**

כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

הקנייה

המספרים הממשיים

כל המספרים שעסקנו בהם עד כה נקראים המספרים **הממשיים**. המספרים הממשיים כוללים את המספרים **הטבעיים**, המספרים **השלמים**, המספרים **הרציונאליים** (המספרים שניתנים להצגה בצורה $\frac{n}{m}$ כאשר n ו-m שלמים ו-$m \neq 0$) והמספרים **האי רציונאליים** (המספרים שלא ניתנים להצגה כנ"ל, כמו למשל $\sqrt{2}$). נראה עכשיו שקיים סוג נוסף של מספרים.

הקנייה

ההגדרה של מספר מרוכב

בפתרון של משוואה ריבועית ראינו שקיימות משוואות שאין להן שורשים ממשיים.

לדוגמא, למשוואה $x^2+1=0$ אין פתרון כי **לא** קיים **מספר ממשי** x המקיים $x^2=-1$. (לכל מספר ממשי x מתקיים $x^2 \geq 0$). כדי שיהיה פתרון למשוואות מהסוג הנ"ל נצרך למערכת המספרים הממשיים "מספר" חדש, שנסמנו ב-i ונגדירו כך:

המספר i הוא מספר שמקיים: $\boxed{i^2=-1}$

לכן i הוא שורש ריבועי של -1, כלומר: $\boxed{i=\sqrt{-1}}$

הקנייה

i נקרא **מספר מדומה** והוא פתרון של המשוואה $x^2+1=0$. (פתרון נוסף הוא $-i$).

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1} = \pm i$$

פעולות החשבון שבין המספר i למספרים הממשיים דומות לפעולות החשבון שבין שתי אותיות שונות. **לדוגמא**, החיבור של 3 ו-i הוא $3+i$ ובאופן דומה כפל של 2 ב-i הוא $2i$.

הקנייה

ניתן עכשיו לקבל פתרונות למשוואות נוספות. **לדוגמא**, פתרונות המשוואה $x^2+4=0$

$$x^2=-4$$

$$x=\pm\sqrt{-4}=\pm\sqrt{-1\cdot 4}=\pm\sqrt{-1}\cdot\sqrt{4}=\pm 2i$$

הקנייה

הגדרות:

מספר מדומה – כל מספר שצורתו ib (או bi) כאשר b הוא מספר ממשי ו-i מקיים $i^2 = -1$ הוא מספר מדומה.

מספר מרוכב – כל מספר שצורתו $a+ib$ כאשר a ו-b הם מספרים ממשיים נקרא מספר מרוכב.

החלק הממשי – a נקרא החלק הממשי של המספר המרוכב $a+ib$.

החלק המדומה – b נקרא החלק המדומה של המספר המרוכב $a+ib$.

הקנייה

הסימון המקובל למספר מרוכב הוא z, כלומר $z = a + ib$ כאשר a ו-b הם מספרים ממשיים. נסמן גם $z = x + iy$ כאשר x ו-y הם מספרים ממשיים (ראה עמ' 29). ההצגה בצורה $z = a + ib$ נקראת **ההצגה האלגברית** של מספר מרוכב או גם **ההצגה הקרטזית**. את המשוואות נסמן מעכשיו עם **משתנה** z.

הקנייה

הערות:

א) החלקים הממשי והמדומה של מספר מרוכב $a+ib$ הם **מספרים ממשיים**.

ב) בונים מערכת מספרים חדשה המתקבלת כתוצאה מהוספת המספר i למספרים הממשיים שבה **מתקיימים** כל **החוקים** שהיו קיימים לגבי המספרים הממשיים **פרט לחוק הסדר**. כלומר, במערכת המספרים המרוכבים **אין** אפשרות לחלק את המספרים לחיוביים ושליליים וכן אין אפשרות לקבוע אם מספר מסויים הוא גדול או קטן ממספר אחר.

הקנייה

ג) המספרים המרוכבים **כוללים** בתוכם את המספרים הממשיים. כל מספר ממשי a נוכל לכתוב בצורה $a = a + i \cdot 0$. מספר z הוא **לא ממשי** אם $z = a + ib$ ו-$b \neq 0$.

ד) במערכת המספרים המרוכבים יש שורש לכל משוואה אלגברית. ניסוח הטענה:

המשפט היסודי של האלגברה – לכל משוואה אלגברית ממעלה n (טבעי) מהצורה $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$ $(a_n \neq 0)$ שבה המקדמים $a_n, \ldots, a_1, a_0$ הם מספרים מרוכבים יש לפחות שורש אחד מרוכב.

בהצלחה